

Homework 4

Άσκηση 1 : Έστω $A, B, \Gamma \subseteq X$. Να αποδείξετε ότι :

α) $(A \cup B) \cap (X \setminus B) = A$ αν και μόνο αν $A \cap B = \emptyset$.

β) $(X \setminus (A \cap (X \setminus B))) \cup (B \cap \Gamma) = (X \setminus A) \cup B$.

δ) $(A \cup (B \cup \Gamma)) \cap \left[(X \setminus (A \cap ((X \setminus B) \cap (X \setminus \Gamma)))) \cap (X \setminus \Gamma) \right] = B \cap (X \setminus \Gamma)$

Άσκηση 2 : Έστω $A, B, \Gamma \subseteq X$.

$$α) (A \Delta B) \Delta \Gamma = A \Delta (B \Delta \Gamma)$$

$$β) A \Delta B = \emptyset \text{ αν και μόνο αν } A=B$$

$$γ) A \cup (A \Delta B) = A \Delta \Gamma \Rightarrow B = \Gamma$$

$$δ) A \cap (B \Delta \Gamma) = (A \cap B) \Delta (A \cap \Gamma)$$

Άσκηση 3: Έστω $A, B \subseteq X$.

α) $A \Delta B = A \cup B$ αν και μόνο αν $A \cap B = \emptyset$

β) $A \cup B = A \cap B$ αν και μόνο αν $A = B$

γ) $A \setminus B = B \setminus A$ αν και μόνο αν $A = B$

δ) $A \Delta B = B \setminus A$ αν και μόνο αν $A \subseteq B$

Άσκηση 4 $X, Y, Z \subseteq \Omega$

$$a) (X \cup Y) \setminus Z = (X \setminus Z) \cup (Y \setminus Z)$$

$$b) (X \cap Y) \setminus Z = (X \setminus Z) \cap (Y \setminus Z)$$

$$γ) (X \setminus Y) \setminus (Y \setminus Z) = X \setminus (Y \cup Z)$$

Άσκηση 5: $X, Y, Z \subseteq X$

Τότε υπάρχουν $X_1 \subseteq X, Y_1 \subseteq Y, Z_1 \subseteq Z$

ώστε :

- $(X_1 \cup Y_1) \cup Z_1 = (X \cup Y) \cup Z$
- $X_1 \cap Y_1 = \emptyset, Y_1 \cap Z_1 = \emptyset, X_1 \cap Z_1 = \emptyset.$

Άσκηση 6

Αν $A_1, A_2, B_1, B_2, \Gamma_1, \Gamma_2 \subseteq X$ τότε

$$\left[(A_1 \cap A_2) \cap A_3 \right] \setminus \left[(B_1 \cup B_2) \cup B_3 \right] = \left[(A_1 \setminus B_1) \cap (A_2 \setminus B_2) \right] \cap (A_3 \setminus B_3)$$

Απόδειξη:

Άσκηση 7 $X, Y, Z \subseteq \underline{O}$

Να αποδείξετε ότι

$$(i) X \cap Y = X \setminus (X \setminus Y)$$

$$(ii) X \cap (Y \cap Z) = X \cap ((X \setminus Y) \cup (X \setminus Z))$$