

Homework 3 - Μετασχηματισμοί Λογικών Τύπων

1) Να μετατρέψετε τους παρακάτω λογικούς τύπους σε λογικά ισοδύναμους τύπους που αποτελούνται μόνο από λογικούς συνδέσμους της μορφής \neg και \vee .

$$R_1: p \Rightarrow q$$

$$R_2: p \wedge q$$

$$R_3: p \Leftrightarrow q$$

$$R_4: (\neg p) \wedge (\neg q)$$

$$R_5: (\neg p \wedge q) \vee r$$

$$R_6: \neg \left[\left((p \wedge q) \wedge r \right) \wedge s \right]$$

$$R_7: t \Rightarrow \left[(p \Rightarrow q) \Rightarrow s \right]$$

$$R_8: p \wedge (q \wedge r)$$

$$R_9: \left((\neg p) \wedge (q \wedge r) \right) \vee \left((p \wedge (\neg q)) \wedge (\neg r) \right)$$

$$R_{10}: \left[\neg \left(p \wedge (\neg (q \vee r)) \right) \right] \Leftrightarrow (s \Rightarrow t)$$

Ορισμός: (Συλλογισμός)

Έστω P_1, P_2, \dots, P_k, Q λογικοί τύποι

Τότε ο λογικός τύπος

$$S: ((P_1 \wedge P_2) \wedge P_3) \wedge \dots \wedge P_k \Rightarrow Q$$

λέγεται συλλογισμός

με υπόθεση τους τύπους P_1, P_2, \dots, P_k

και συμπέρασμα τον τύπο Q .

Συμβολισμός: $(P_1, P_2, \dots, P_k) \models Q$

Ορισμός: (Ορθός Συλλογισμός)

Ένας συλλογισμός $(P_1, P_2, \dots, P_k) \models Q$

λέγεται ορθός, αν ο λογικός τύπος

$$S: ((P_1 \wedge P_2) \wedge P_3) \wedge \dots \wedge P_k \Rightarrow Q$$

είναι ταυτολογία.

Άσκηση 2 :

Έστω P, Q, R λογικοί τύποι

Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συλλογισμοί είναι ορθοί.

α) $P \models P$

β) $(P, Q) \models Q$

γ) $(P, Q) \models P$

δ) $(P, \neg P) \models \emptyset$

ε) $(\neg P, \neg Q) \models P \vee Q$

ζ) $(P, Q, R) \models P \wedge R$

η) $(P \Rightarrow Q, \neg Q) \models (\neg P)$

θ) $(P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow R) \models (P \Rightarrow R)$

ι) $(P \Rightarrow Q, P) \models Q$

κ) $(P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P) \models P$

λ) $(\neg P, Q \vee (\neg Q)) \models (P \wedge Q)$

Άσκηση 3: Έστω $p, q, r \in \mathbb{Z}$.

p : p είναι άρτιος αριθμός.

q : q είναι άρτιος αριθμός.

r : r είναι άρτιος αριθμός.

· Συλλογισμός

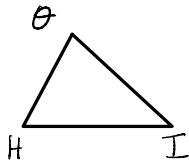
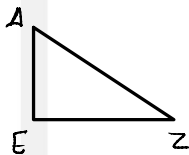
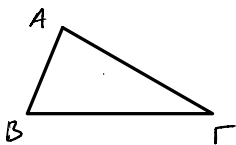
Υπόθεση: • p είναι περιττός ή q είναι άρτιος ή r είναι περιττός

• Αν q είναι περιττός, τότε p είναι άρτιος ή q είναι άρτιος

Συμπέρασμα: • q είναι άρτιος.

Να εξετάσετε αν ο συλλογισμός είναι ορθός.

Άσκηση 4 :



Συλλογισμός

Υπόθεση: Αν $\triangle AB\Gamma$ είναι ισοσκελές, τότε $\triangle \Delta EZ$ ισόπλευρο. ή $\triangle \Theta HI$ ισόπλευρο.

Αν $\triangle \Delta EZ$ δεν είναι ισόπλευρο, τότε $\triangle AB\Gamma$ δεν είναι ισοσκελές.

$\triangle \Delta EZ$ είναι ισόπλευρο αν και μόνο αν $\triangle \Theta HI$ ισόπλευρο

Συμπέρασμα: $\triangle \Delta EZ$ είναι ισοσκελές

Να εξετάσετε αν ο συλλογισμός είναι ορθός.

