

Q4 Homework 2

① Έστω $A, B \subseteq X$ και $|X| = \kappa \in \mathbb{N}$.

α) Αν $|A| = |B|$ και $B \subseteq A$, τότε $A = B$.

β) Αν $A \cap B = \emptyset$, τότε $|A \cup B| = |A| + |B|$

γ) Αν $A \subseteq B$, τότε $|B \setminus A| = |B| - |A|$

Αν $B \subseteq A$, τότε $|A \setminus B| = |A| - |B|$

δ) $|B \setminus A| = |B| - |A \cap B|$

$|A \setminus B| = |A| - |A \cap B|$

ε) $|B \setminus A| = |B| - |A| \Leftrightarrow A \subseteq B$

ζ) $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

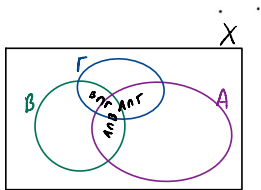
η) $|A \cup B| = |A| + |B| \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

θ) $|(X \setminus A) \cap (X \setminus B)| = |X| - |A| - |B| + |A \cap B|$

② Έστω $A, B, \Gamma \subseteq X, |X| = k \in \mathbb{N}$.

Να αποδείξετε

$$|A \cup B \cup \Gamma| = |A| + |B| + |\Gamma| - |A \cap \Gamma| - |A \cap B| - |B \cap \Gamma| + |A \cap B \cap \Gamma|$$



③ Έστω $\varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0$.
και $y \in \mathbb{R}$.

Ορίσω $B_{\mathbb{R}}(y, \varepsilon) = \{x \in \mathbb{R} : |y - x| < \varepsilon\}$

$$B_{\mathbb{Z}}(y, \varepsilon) = \{x \in \mathbb{Z} : |y - x| < \varepsilon\}$$

α) Αν $y = 0$, να βρείτε $|B_{\mathbb{R}}(y, \varepsilon)|$
και $|B_{\mathbb{Z}}(y, \varepsilon)|$

β) Αν $y = 2$, να βρείτε $|B_{\mathbb{R}}(y, \varepsilon)|$
και $|B_{\mathbb{Z}}(y, \varepsilon)|$

γ) Αν $y = \frac{3}{2}$, να βρείτε $|B_{\mathbb{R}}(y, \varepsilon)|$
και $|B_{\mathbb{Z}}(y, \varepsilon)|$

④ Έστω, $A, B \subseteq X, |X| = n \in \mathbb{N}$

$$A \vee A \cup B = X, |A| = |B|$$

$$\text{και } A \cap B = \emptyset,$$

τότε n είναι άρτιος

⑤ Αν $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$

$$P(X) = \{A : A \subseteq X\}$$

$$\text{τότε } |P(X)| = 2^n.$$

⑥ Να υπολογίσετε τους
πληθαισμούς των παρακάτω συνόλων.

Έστω $0 < k < n, k, n \in \mathbb{N}$.

$$A_0 = \{k, k+1, \dots, n\}$$

$$A_1 = \{n-k, n-k+1, \dots, n\}$$

$$A_2 = \{n-k, n-k+1, \dots, n+k\}$$

$$A_3 = \{n-7k, n-7k+1, \dots, n+7k\}$$

$$A_4 = \{n, n^2, n^3, \dots, n^k\}$$

$$A_5 = \{(n-k)^k, (n-k)^{k-1}, \dots, (n-k), 1\}$$

7

$$X = \mathbb{Z}$$

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : |x| < 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} : 1 < |x|\}$$

$$\Gamma = \{x \in \mathbb{Z} : |x| \leq 100\}$$

Na bpsize . . .

1) $|A \cap B|$ 2) $|A \cap \Gamma|$ 3) $|A \cup \Gamma|$

4) $|A \setminus B|$ 5) $|B \setminus A|$ 6) $|(A \setminus B) \cup (B \setminus A)|$

7) $|B \cap \Gamma|$ 8) $|A \cap B \cap \Gamma|$