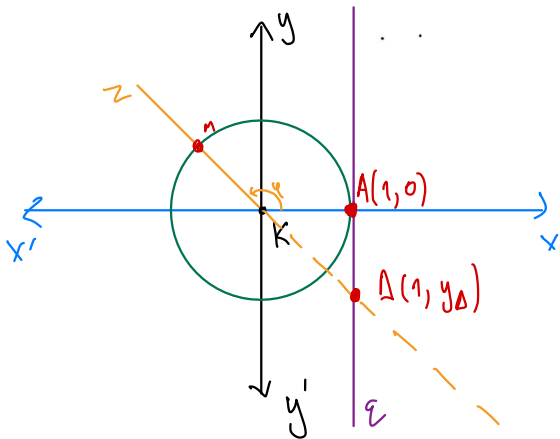


Classwork 1

Αν φ αμβλεία γωνία ($90^\circ < \varphi \leq 180^\circ$)

$$\text{Τότε } \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}.$$

Απόδειξη: Έστω φ αμβλεία γωνία.



Έστω M το σημείο τομής του μοναδιαίου κύκλου με την ημιευθεία Kz . Από το σημείο $A(1, 0)$ φέρω ευθεία κάθετη στον άξονα $x'x$.

Προεκτείνω την Kz .

Έστω Δ το σημείο τομής της Kz με την ε .

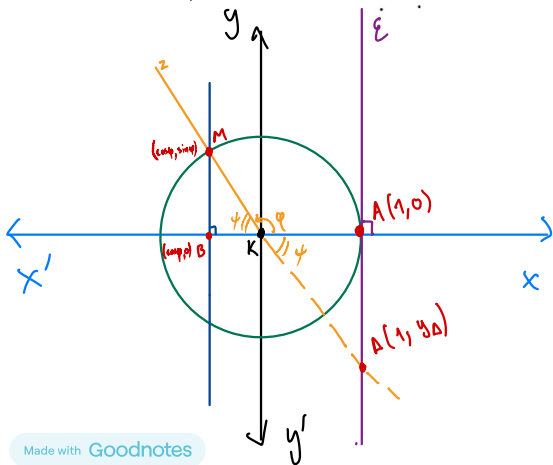
Το Δ έχει συντεταγμένες $(1, y_\Delta)$

$$\text{Ορίζω } \tan \varphi := y_\Delta$$

$$\text{Θα αποδείξω ότι } \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$$

Απόδειξη:

Από το M φέρω ευθεία \mathcal{Z}
κάθετη στον άξονα $x'x$.
Έστω B το σημείο τομής
της \mathcal{Z} με τον $x'x$.



Τα τρίγωνα $K\hat{B}M$ και $K\hat{A}B$
είναι όμοια, από το κριτήριο ΓΓ.

($M\hat{K}B = A\hat{K}A = \varphi$ ως κατά κορυφή
γωνίες.
και $M\hat{B}K = 90^\circ = K\hat{A}A$)

Αρα, $K\hat{B}M \sim K\hat{A}B$

Έχω $\frac{|BM|}{|AA|} = \frac{|KB|}{|KA|}$
 \rightarrow προσκείμενη της φ στο $K\hat{B}M$
 \rightarrow προσκείμενη της φ στο $K\hat{A}A$
 \rightarrow απέναντι της φ στο $K\hat{B}M$
 \rightarrow απέναντι της φ στο $K\hat{A}A$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin \varphi}{-y_{\Delta}} = \frac{-\cos \varphi}{1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin \varphi}{-\cos \varphi} = \frac{-y_{\Delta}}{1}$$

$$\Leftrightarrow y_{\Delta} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \Leftrightarrow \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$$