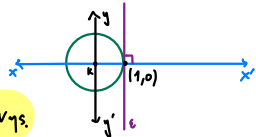


Ορισμός: Η ευθεία ε



θα λέγεται άξονας εφαπτομένης.

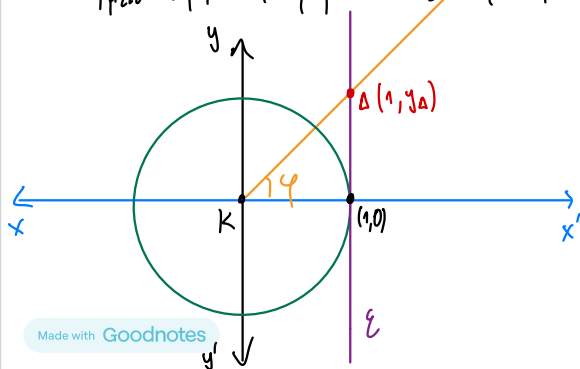
Συμπέρασμα: Η εφαπτομένη μιας οξείας

γωνίας φ μπορεί να οριστεί διαφορετικά.


Έστω  οξεία γωνία.

Τότε $\tan \varphi :=$ τεταγμένη του σημείου $\Delta = y_{\Delta}$

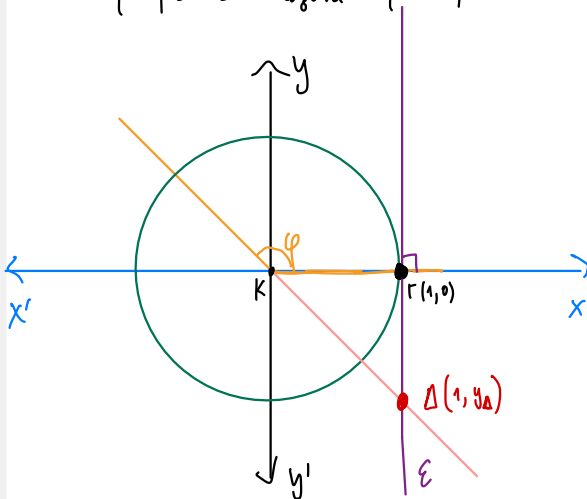
Δ = σημείο τομής της φ με τον άξονα εφαπτομένης



Ερώτηση: Πως ορίζω $\tan \varphi$ όταν φ είναι αμβλεία γωνία; ($90^\circ < \varphi \leq 180^\circ$)

Απάντηση: Έστω  αμβλεία

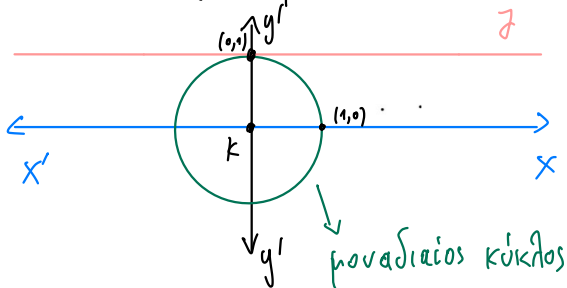
Τότε $\tan \varphi := y_{\Delta}$ όπου Δ σημείο τομής της φ με τον άξονα εφαπτομένης.



Συνεφαπτομένη / Άξονας συνεφαπτομένης

Συνεφαπτομένη \rightarrow \cotangent

Άξονας συνεφαπτομένης

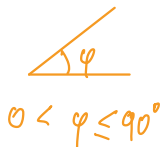


Από το $(0,1)$ φέρω κάθετη
ευθεία στον άξονα $y'y$.

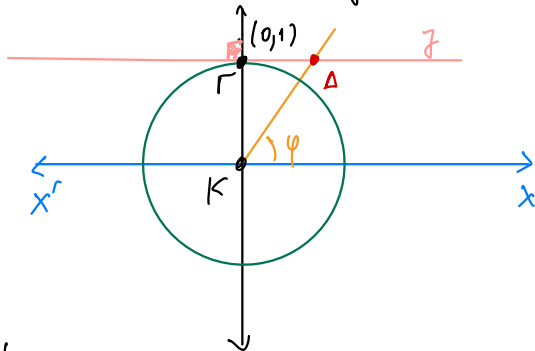
Η ζ λέγεται άξονας συνεφαπτομένης.

1^ο τεταρτημόριο

Έστω φ οξεία γωνία.



Βάζω την φ στον άξονα $x'x$.



Φέρω τον μοναδιαίο κύκλο
και τον άξονα συνεφαπτομένης

Έστω Δ το σημείο τομής της φ
με τον άξονα συνεφαπτομένης (ευθεία ζ)

Το Δ έχει συντεταγμένες $(x_\Delta, 1)$

Ορίζω $\cot \varphi := x_\Delta$

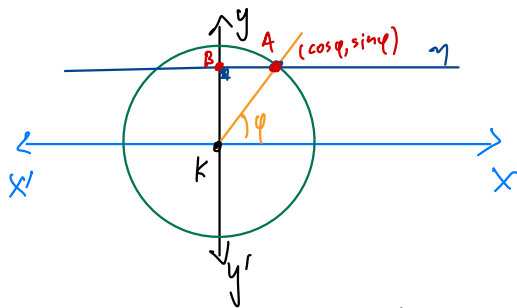
(συνεπαπτομένη της φ)

Θα αποδείξω πως $\cot \varphi = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$

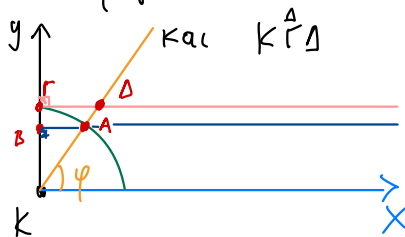
Απόδειξη: Έστω A το σημείο
τομής του κύκλου με την φ .

Από το A φέρω ευθεία η
κάθετη στον άξονα $y'y$.

Έστω B το σημείο τομής της η
με τον $y'y$.



Θεωρώ τα τρίγωνα $\triangle KBA$

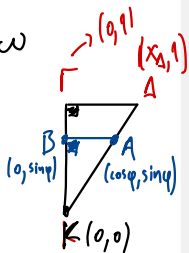


Τα $\triangle KBA$ και $\triangle K\Gamma\Delta$ είναι όμοια.

από το κριτήριο $\Gamma\Gamma\Gamma$
 $\angle A\hat{B}K = 90^\circ = \angle \Delta\hat{\Gamma}K$ και $\angle B\hat{K}A = \angle \Gamma\hat{K}\Delta$

Αφού $A \hat{B} K$ και $\Delta \hat{\Gamma} K$
είναι όμοια έχω

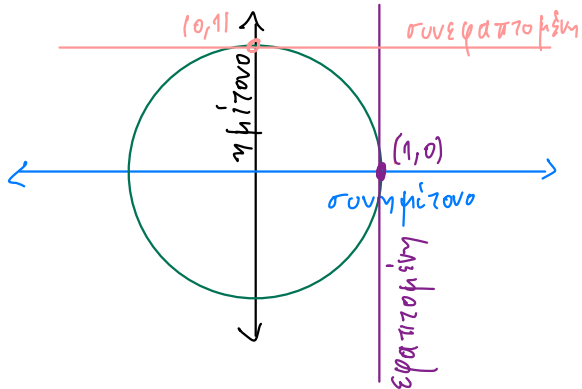
$$\frac{| \Gamma \Delta |}{| B A |} = \frac{| \Gamma K |}{| B K |}$$



$$\Leftrightarrow \frac{x_A}{\cos \varphi} = \frac{1}{\sin \varphi}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_A}{1} = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$$

$$\Leftrightarrow x_A = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \Leftrightarrow \cot \varphi = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$$

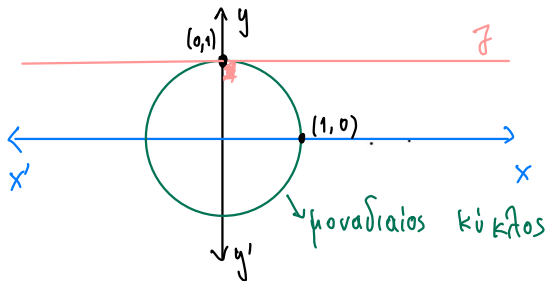


Συνεφαπτομένη / Άξονας Συνεφαπτομένης

Συνεφαπτομένη \leadsto cotangent

\cot

Άξονας Συνεφαπτομένης

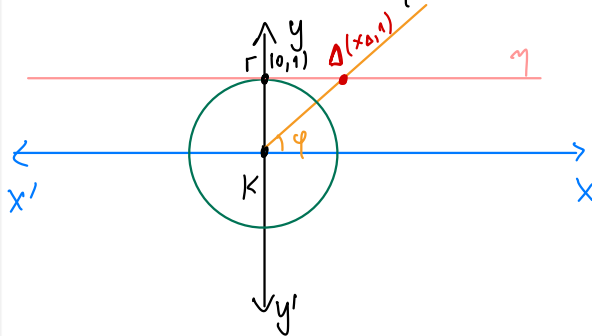


Από το $(0,1)$ φέρω ευθεία ℓ
κάθετη στον άξονα $y'y$. ($\ell \perp y'y$)

Η ευθεία ℓ λέγεται άξονας συνεφαπτομένης

Συνεφαπτομένη γωνίας

1^ο τεταρτημόριο: Έστω φ οξεία γωνία



Βάζω την φ στον $x'x$ και
φέρω τον μοναδιαίο κύκλο.

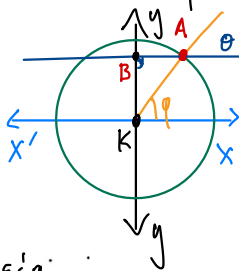
φέρω τον άξονα συνεφαπτομένης.

Έστω Δ το σημείο τομής της φ
με τον άξονα συνεφαπτομένης.

Ορίζω $\cot \varphi := x_{\Delta}$

Θα αποδείξω ότι $\cot \varphi = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$

Έστω Α το σημείο
τομής της γ
με τον μοναδιαίο
κύκλο

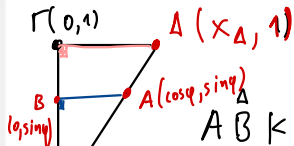


Από το Α φέρω ευθεία
κάθετη στον άξονα y'y.

Έστω Β το σημείο τομής
της θ με τον y'y.

Θεωρώ τα τρίγωνα

$\triangle ABK$ και $\triangle \Gamma K$



$\triangle ABK \cong \triangle \Gamma K$

από το κριτήριο ΓΓΓ

$$\left(\begin{array}{l} \hat{\Gamma K \Delta} = \hat{B K A} \\ \hat{\Delta \Gamma K} = 90^\circ = \hat{A B K} \end{array} \right)$$

$$\text{Άρα } \frac{|\Gamma \Delta|}{|B A|} = \frac{|\Gamma K|}{|B K|}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_A}{\cos \varphi} = \frac{1}{\sin \varphi}$$

$$\Leftrightarrow x_A = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$$

\swarrow
 $\cot \varphi$