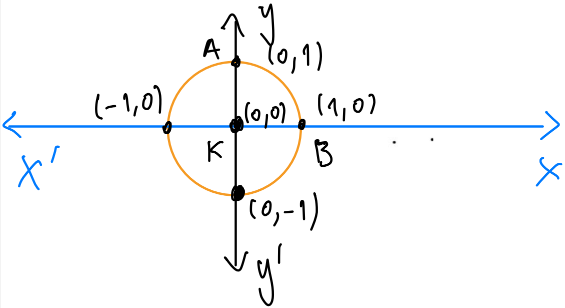
Μοναδιαίος Κύκλος

Είναι κύκλος με κέντρο $(0,0)$ και μήκος ακτίνας 1.

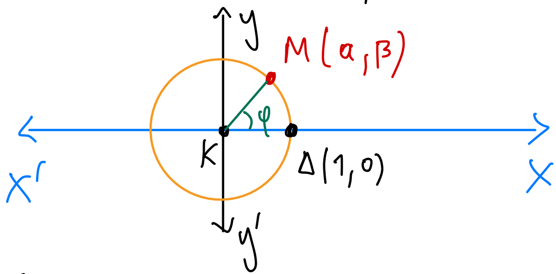


Ο άξονας $x'x$ είναι κάθετος στον άξονα $y'y$, δηλαδή η γωνία $A\hat{K}B = 90^\circ$.

$x'x \perp y'y$

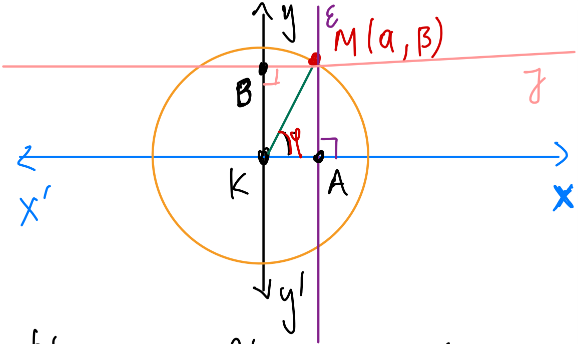
Σημαντική Παρατήρηση

Έστω M ένα σημείο στον μοναδιαίο κύκλο και (α, β) οι συντεταγμένες του.



Τότε $\alpha = \sigma\upsilon\nu\varphi$ και $\beta = \eta\mu\varphi$

όπου $\varphi = M\hat{K}\Delta$.



φέρω το ευθύγραμμο τμήμα KM.

Από το σημείο M φέρω ευθεία ε κάθετη στον $x'x$.

Έστω A το σημείο τομής της ε με τον $x'x$.

Έστω $\varphi = A\hat{K}M$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{|KA|}{|KM|} = \frac{\alpha}{1} = \alpha$$

είναι ακτίνα του μοναδιαίου κύκλου

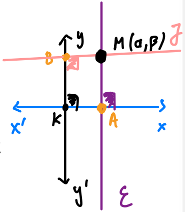
Άρα $\boxed{\sigma\upsilon\nu\varphi = \alpha}$!!

Από το σημείο M φέρω ευθεία ζ κάθετη στον $y'y$.

Έστω B το σημείο τομής των ζ και $y'y$.

$$\eta\mu\varphi = \frac{|AM|}{|KM|} = \frac{|AM|}{1} = |AM| \overset{*}{=} |BK| = B$$

(*) Γιατί $|AM| = |BK|$;



Το τετράπλευρο ΒΚΑΜ είναι ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

$x'x \perp y'y$ και $\varepsilon \perp x'x$ και $\zeta \perp y'y$

Άρα $B\hat{K}A = 90^\circ = K\hat{A}M$

$$\| \qquad\qquad$$
$$K\hat{B}M$$

Δηλαδή ΒΚΑΜ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Άρα, $|AM| = |BK|$

Άρα από το (*) έχουμε $\eta\mu\varphi = |BK| = \beta$

Δηλαδή, $\boxed{\eta\mu\varphi = \beta.}$