$$((\alpha+\beta)-\gamma)+\delta = (\alpha+\beta)+(\delta-\gamma)$$

Λύση:

$$((\alpha+\beta)-\gamma)+\delta = ((\alpha+\beta)+(-\gamma))+\delta$$

$$= (\alpha+\beta)+((-\gamma)+\delta)$$

Προσεταιριστική

$\square = (\alpha+\beta)$

$\triangle = (-\gamma)$

$\bigcirc = \delta$

$$= (\alpha+\beta)+(\delta+(-\gamma))$$

$$= (\alpha+\beta)+(\delta-\gamma)$$

$$((\alpha+\beta)+(\gamma+\delta)) - (\beta+\alpha) = (\gamma+\delta)$$

Λύση: $((\alpha+\beta)+(\gamma+\delta)) - (\beta+\alpha)$

$$= ((\alpha+\beta)+(\gamma+\delta)) + (-(\beta+\alpha))$$

Αντιμεταθετική

$\square = ((\alpha+\beta)+(\gamma+\delta))$

$\Delta = (-(\beta+\alpha))$

$$= (-(\beta+\alpha)) + ((\alpha+\beta)+(\gamma+\delta))$$

$$= -(\beta+\alpha) + ((\alpha+\beta)+(\gamma+\delta))$$

Αντιμεταθετική

$\square = \beta$

$\Delta = \alpha$

$$= -(\alpha+\beta) + ((\alpha+\beta)+(\gamma+\delta))$$

Προσεταιριστική

$\square = -(\alpha+\beta)$

$\Delta = (\alpha+\beta)$

$O = (\gamma+\delta)$

$$= (-(\alpha+\beta)+(\alpha+\beta)) + (\gamma+\delta)$$

$$= 0 + (\gamma+\delta)$$

$$= (\gamma+\delta)$$

$$(\alpha \cdot \beta - \beta \cdot \alpha) \cdot (3\alpha + 2\beta + \gamma - \delta - \varepsilon) = 0$$

<u>Λύση</u>:

$$(\alpha \cdot \beta - \beta \cdot \alpha) \cdot (3\alpha + 2\beta + \gamma - \delta - \varepsilon)$$

$$\overset{*}{=} (\alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \beta) \cdot (3\alpha + 2\beta + \gamma - \delta - \varepsilon)$$

$$= 0 \cdot (3\alpha + 2\beta + \gamma - \delta - \varepsilon)$$

$$= 0$$

Αντιμεταθετική

$\square = \beta$, $\Delta = \alpha$

$$(\gamma+\delta)\cdot\Big(\big(\alpha\cdot(\alpha+\beta)\big)\cdot\gamma\Big)\cdot(\delta+\gamma)=\Big(\big((\alpha\cdot\gamma)\cdot(\alpha+\beta)\big)\Big)\cdot(\gamma+\delta)^2$$

Λύση:

$$(\gamma+\delta)\cdot\Big(\big(\alpha\cdot(\alpha+\beta)\big)\cdot\gamma\Big)\cdot(\delta+\gamma)=(\gamma+\delta)\cdot\Big(\gamma\cdot\big(\alpha\cdot(\alpha+\beta)\big)\Big)\cdot(\delta+\gamma)$$

$$=(\gamma+\delta)\cdot\Big((\gamma\cdot\alpha)\cdot(\alpha+\beta)\Big)\cdot(\delta+\gamma)$$

$$=(\gamma+\delta)\cdot\Big((\gamma\cdot\alpha)\cdot(\alpha+\beta)\Big)\cdot(\gamma+\delta)$$

$$=\Big((\gamma\cdot\alpha)\cdot(\alpha+\beta)\Big)\cdot(\gamma+\delta)\cdot(\gamma+\delta)$$

$$=\Big((\gamma\cdot\alpha)\cdot(\alpha+\beta)\Big)\cdot(\gamma+\delta)^2$$

Αντιμεταθετική

$\square=(\alpha\cdot(\alpha+\beta))$

$\Delta=\gamma$

Προσεταιριστική

$\square=\gamma$

$\Delta=\alpha$

$O=(\alpha+\beta)$

Αντιμεταθετική

$\square=\delta$

$\Delta=\gamma$

Αντιμεταθετική

$\square=(\gamma+\delta)$

$\Delta=((\gamma\cdot\alpha)\cdot(\alpha+\beta))$

1. $\alpha - \beta = -\beta + \alpha$

Απόδειξη: $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

Αντιμεταθετική $= (-\beta) + \alpha$

$\square = \alpha, \ \Delta = (-\beta)$ $= -\beta + \alpha$

---

2. $\alpha \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \beta = \alpha^4 \cdot \beta^4$

Απόδειξη:

$\alpha \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \beta = \alpha \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta$

Αντιμεταθετική

$\square = \beta, \ \Delta = \alpha$

$= \alpha \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta$

Αντιμεταθετική

$\square = \beta, \ \Delta = \alpha \cdot \alpha$

$= \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta$

Αντιμεταθετική

$\square = \beta, \ \Delta = \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha$

$= \alpha^4 \cdot \beta^4$

$\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \ \alpha^{1+1+1+1} = 1\alpha^4 = \alpha^4$

$\beta \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta = \ldots\ldots\ldots = \beta^4$

③ $\big((-\alpha)\cdot(-\beta)\big)\cdot(-\gamma) = (-\alpha)\cdot(\beta\cdot\gamma)$

Απόδειξη:

$$\big((-\alpha)\cdot(-\beta)\big)\cdot(-\gamma) = (-\alpha)\cdot\big((-\beta)\cdot(-\gamma)\big)$$

$$= (-\alpha)\cdot(\beta\cdot\gamma)$$

Προσεταιριστική

$\square = (-\alpha)$, $\Delta = (-\beta)$, $O = (-\gamma)$

$$(-\beta)\cdot(-\gamma) = (-1\beta)\cdot(-1\gamma)$$

$-\beta$, $-\gamma$ δεν είναι όμοια μονώνυμα διαφορετική μεταβλητή

$$= (-1)\cdot(-1)\,\beta\cdot\gamma$$

$$= 1\,\beta\cdot\gamma = \beta\cdot\gamma$$