

Διακριτά Μαθηματικά  
Θεωρία Αριθμών  
Εργασία 1η

1. Έστω  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{Z}$ . Να αποδείξετε ότι:

- (i)  $\alpha \mid \alpha$  και  $\alpha \mid -\alpha$
- (ii) Αν  $\alpha \mid \beta$  και  $\beta \mid \gamma$ , τότε  $\alpha \mid \gamma$
- (iii) Αν  $\alpha \mid \beta$  και  $\beta \mid \alpha$ , τότε  $|\alpha| = |\beta|$
- (iv)  $1 \mid \alpha$  και  $-1 \mid \alpha$
- (v)  $\alpha \mid 1 \iff |\alpha| = 1$
- (vi)  $\alpha \mid 0$
- (vii)  $0 \mid \alpha \iff \alpha = 0$
- (viii) Αν  $\alpha \mid \beta$  και  $\beta \neq 0$ , τότε  $|\alpha| \leq |\beta|$
- (ix) Αν  $\alpha \mid \beta$  και  $k \in \mathbb{Z}$ , τότε  $k\alpha \mid k\beta$
- (x) Αν  $\alpha \mid \beta$  και  $k \in \mathbb{Z}$ , τότε  $\alpha \mid k\beta$
- (xi) Αν  $\alpha \mid \beta$  και  $\alpha \mid \gamma$ , τότε  $\alpha \mid \beta + \gamma$  και  $\alpha \mid \beta - \gamma$
- (xii) Αν  $\alpha \mid \beta$  και  $\gamma \mid \delta$ , τότε  $\alpha\gamma \mid \beta\delta$

2. Έστω  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  με  $a \mid b$ ,  $c \mid d$  και  $a \mid c$ . Να αποδείξετε ότι  $a \mid b^3 - 3b^2c + 3bd^2 + 8bcd + d^3 - 16d + a$

3. Έστω  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  με  $12 \mid a + 8$ ,  $12 \mid b + 11$  και  $12 \mid c + 6$ . Να αποδείξετε ότι  $12 \mid a + 2b + 3c$ .

4. Έστω  $a, b \in \mathbb{Z}$  με  $a \mid 7b + 2$  και  $a \mid 11b + 4$ . Να βρείτε τις πιθανές τιμές του  $a$ .

5. Έστω  $a, b, d \in \mathbb{Z}$  με  $d \mid 5a + 17b$  και  $d \mid 2a + 7b$ . Να αποδείξετε ότι  $d \mid a$ .

6. Έστω  $a \in \mathbb{Z}$  με  $7 \mid a$ . Να αποδείξετε ότι  $7 \nmid 2a + 6$