

Να αποδείξει τώστια κάθε τετράδα αριθμών  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  συχνής η παρακάτω λογότηγα.

$$(\alpha + \beta) + \gamma + \delta = \alpha + (\beta + (\gamma + \delta))$$

Απίστευτη: 

$$((\alpha + \beta) + \gamma) + \delta \stackrel{?}{=} A = \alpha, B = \beta, C = \gamma$$

$$= (\alpha + (\beta + \gamma)) + \delta$$

$$\stackrel{?}{=} \alpha + ((\beta + \gamma) + \delta) \rightarrow A = \alpha, B = (\beta + \gamma), C = \delta$$

$$\stackrel{?}{=} \alpha + (\beta + (\gamma + \delta)) \rightarrow A = \beta, B = \gamma, C = \delta$$



Προσεγγιστική ιδέα για ( $\pi\sigma\theta\tau\sigma$ )

$$(A + B) + C = A + (B + C),$$

δια καθε ριά δα  $A, B, C$

Main idea: Shift the parentheses according to the associative property

Να αποδειχθεί τώς όταν  
 κάθε σειρά δια πρώτων  
 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  νομίζει η παρακάτω  
 λεπτογρα:

$$((\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma) \cdot \delta = \alpha \cdot (\beta \cdot (\gamma \cdot \delta))$$

Απόδειξη:

$$\begin{aligned}
 & ((\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma) \cdot \delta \stackrel{\textcircled{*}}{=} (\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)) \cdot \delta = \\
 & \stackrel{\textcircled{*}}{=} \alpha \cdot ((\beta \cdot \gamma) \cdot \delta) = \\
 & \stackrel{\textcircled{*}}{=} \alpha \cdot (\beta \cdot (\gamma \cdot \delta)) \rightarrow
 \end{aligned}$$

# Θεοβεταριστική Ιδιότητα Πολλαπλασιασμός:

Για κάθε γράμμα

$A, B, \Gamma$  ισχύει το εξής

$$(A \cdot B) \cdot \Gamma = A \cdot (B \cdot \Gamma)$$

Main idea: This problem  
is similar to the  
previous problem.

Να αποδειχθεί τώστια  
κάθε πεντάδα αριθμών  
 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$  ισχύει η  
παρακάτω λόγοιγα

$$((\alpha + \beta) + \gamma) + \delta + \varepsilon = \alpha + (\beta + (\gamma + (\delta + \varepsilon)))$$

Απόδειξη: Θα κάνω  
χρήση σημείων προσεχαρισμένων  
λόγοιγας.

$$\begin{aligned}
 & ((\alpha + \beta) + \gamma) + \delta + \varepsilon = ((\alpha + (\beta + \gamma)) + \delta) + \varepsilon \\
 & = (\alpha + ((\beta + \gamma) + \delta)) + \varepsilon \\
 & = (\alpha + (\beta + (\gamma + \delta))) + \varepsilon \\
 & = \alpha + ((\beta + (\gamma + \delta)) + \varepsilon) \\
 & = \alpha + (\beta + ((\gamma + \delta) + \varepsilon)) \\
 & = \alpha + (\beta + (\gamma + (\delta + \varepsilon)))
 \end{aligned}$$

*'Appa,*

$$\underline{((\alpha + \beta) + \gamma) + \delta + \varepsilon} = \alpha + (\beta + (\gamma + (\delta + \varepsilon)))$$