Να αποδείξετε πως για κάθε τετράδα αριθμών $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ισχύει η παρακάτω ισότητα.

$$((\alpha+\beta)+\gamma)+\delta = \alpha+(\beta+(\gamma+\delta))$$

<u>Απόδειξη:</u> $\longrightarrow$

$$((\alpha+\beta)+\gamma)+\delta \overset{(*)}{=} \longrightarrow A=\alpha,\ B=\beta,\ \Gamma=\gamma$$

$$=(\alpha+(\beta+\gamma))+\delta$$

$$\overset{(*)}{=} \alpha+((\beta+\gamma)+\delta) \longrightarrow A=\alpha,\ B=(\beta+\gamma),\ \Gamma=\delta$$

$$\overset{(*)}{=} \alpha+(\beta+(\gamma+\delta)) \longrightarrow A=\beta,\ B=\gamma,\ \Gamma=\delta$$

(∗) Προσεταιριστική Ιδιότητα (πρόσθεση)

$$(A+B)+\Gamma = A+(B+\Gamma),$$

για κάθε τριάδα A, B, Γ

Main idea: shift the parentheses according to the associative property

Να αποδείξετε πως για κάθε τετράδα αριθμών $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ισχύει η παρακάτω ισότητα:

$$((\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma) \cdot \delta = \alpha \cdot (\beta \cdot (\gamma \cdot \delta))$$

Απόδειξη:

$$((\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma) \cdot \delta \overset{(*)}{=} (\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)) \cdot \delta =$$

$$\overset{(*)}{=} \alpha \cdot ((\beta \cdot \gamma) \cdot \delta) =$$

$$\overset{(*)}{=} \alpha \cdot (\beta \cdot (\gamma \cdot \delta))$$

Προσεταιριστική Ιδιότητα

Πολλαπλασιασμός:

Για κάθε τριάδα

Α, Β, Γ ισχύει το εξής

$$(A \cdot B) \cdot \Gamma = A \cdot (B \cdot \Gamma)$$

Main idea: This problem is similar to the previous problem.

Να αποδείξετε πως για κάθε πεντάδα αριθμών $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ ισχύει η παρακάτω ισότητα

$$(((\alpha+\beta)+\gamma)+\delta)+\varepsilon = \alpha+(\beta+(\gamma+(\delta+\varepsilon)))$$

<u>Απόδειξη</u>: Θα κάνω χρήση της προσεταιριστικής ιδιότητας.

$$\left(\left((\alpha+\beta)+\gamma\right)+\delta\right)+\varepsilon = \left(\left(\alpha+(\beta+\gamma)\right)+\delta\right)+\varepsilon$$

$$= \left(\alpha+\left((\beta+\gamma)+\delta\right)\right)+\varepsilon$$

$$= \left(\alpha+\left(\beta+(\gamma+\delta)\right)\right)+\varepsilon$$

$$= \alpha+\left(\left(\beta+(\gamma+\delta)\right)+\varepsilon\right)$$

$$= \alpha+\left(\beta+\left((\gamma+\delta)+\varepsilon\right)\right)$$

$$= \alpha+\left(\beta+\left(\gamma+(\delta+\varepsilon)\right)\right)$$

Άρα,

$$\left(\left((\alpha+\beta)+\gamma\right)+\delta\right)+\varepsilon = \alpha+\left(\beta+\left(\gamma+(\delta+\varepsilon)\right)\right)$$