

Διακριτά Μαθηματικά
Μαθηματική Λογική
Εργασία 2η

1. Να αποδείξετε χωρίς το Μεταθεώρημα Απαγωγής τα ακόλουθα θεωρήματα:

(i) Θεώρημα Εισαγωγής Υπόθεσης

$$r \vdash p \implies r$$

(ii) Θεώρημα Μεταβατικότητας (της συνεπαγωγής)

$$\alpha \implies \beta, \beta \implies \gamma \vdash \alpha \implies \gamma$$

(iii) Θεώρημα Απαλοιφής (της μεσαίας υπόθεσης)

$$\sigma \implies (\tau \implies \omega), \tau \vdash \sigma \implies \omega$$

(iv) Θεώρημα Ανταλλαγής Υποθέσεων:

$$\sigma \implies (\tau \implies \omega) \vdash \tau \implies (\sigma \implies \omega)$$

(v) Θεώρημα Ανακλαστικότητας (της συνεπαγωγής)

$$\vdash \alpha \implies \alpha$$

2. Να αποδείξετε με το Μεταθεώρημα Απαγωγής τα ακόλουθα θεωρήματα:

(i) Θεώρημα Εισαγωγής Υπόθεσης

$$r \vdash p \implies r$$

(ii) Θεώρημα Μεταβατικότητας (της συνεπαγωγής)

$$\alpha \implies \beta, \beta \implies \gamma \vdash \alpha \implies \gamma$$

(iii) Θεώρημα Απαλοιφής (της μεσαίας υπόθεσης)

$$\sigma \implies (\tau \implies \omega), \tau \vdash \sigma \implies \omega$$

(iv) Θεώρημα Ανταλλαγής Υποθέσεων:

$$\sigma \implies (\tau \implies \omega) \vdash \tau \implies (\sigma \implies \omega)$$

(v) Θεώρημα Ανακλαστικότητας (της συνεπαγωγής)

$$\vdash \alpha \implies \alpha$$

3. Να αποδείξετε ότι:

$$(i) \vdash (f \implies g) \implies ((f \implies (g \implies h)) \implies (f \implies h))$$

$$(ii) \vdash (p \implies q) \implies ((q \implies r) \implies (p \implies r))$$