

Εργασία για το σπίτι 8

1. Να γράψετε το μαθηματικό ορισμό του διατεταγμένου ζεύγους *Kuratowski* (x, y) .

Διατεταγμένο ζεύγος *Kuratowski*:

2. Έστω τα διατεταγμένα ζεύγη *Kuratowski* $(5, 8)$ και $(8, 5)$.
Να αποδείξετε ότι $(5, 8) \neq (8, 5)$.

3. Να αποδείξετε ότι $(a, a) = \{\{a\}\}$.

4. Να αποδείξετε το Θεώρημα: $((x, y) = (u, v)) \Leftrightarrow ((x = u) \wedge (y = v))$.

5. Να γράψετε το μαθηματικό ορισμό του Καρτεσιανού γινομένου $A \times B$.

Καρτεσιανό γινόμενο:

6. Έστω $A = \{a, b\}$, και $B = \{3, 5, 7, 9, 11\}$.
Να γράψετε το Καρτεσιανό γινόμενο $A \times B$:

$A \times B =$

7. Να αποδείξετε με ορισμούς και ιδιότητες ότι
 $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$.

Απόδειξη	Λόγω

8. Να αποδείξετε με ορισμούς και ιδιότητες ότι
 $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

Απόδειξη	Λόγω

9. Να αποδείξετε με ορισμούς και ιδιότητες ότι
 $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$.

Απόδειξη	Λόγω

10. Να αποδείξετε με ορισμούς και ιδιότητες ότι

$$(A - B) \times C = (A \times C) \cap (\bar{B} \times C).$$

Απόδειξη	Λόγω

11. Να γράψετε το μαθηματικό ορισμό μιας σχέσης R :

Σχέση:

12. Έστω $A = \{x | (x \in \mathbb{N}) \wedge (x < 4)\}$, και ο τύπος $\phi(x, y) : y = \frac{x}{3}$.

(α') Σύνολο $A = \{x | (x \in \mathbb{N}) \wedge (x < 4)\} =$

(β') Είναι αλήθεια ότι: $4 \in A$;

(γ') Γιατί;

(δ') Είναι αλήθεια ότι: $-1 \in A$;

(ε') Γιατί;

(ς') Σχέση $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times A | \phi(x, y)\} =$

(ζ') Είναι αλήθεια ότι: $(12, 4) \in R_1$;

(η') Γιατί;

(θ') Σχέση $R_2 = \{(x, y) \in A \times \mathbb{N} | \phi(x, y)\} =$

(ι') Είναι αλήθεια ότι: $(6, 2) \in R_2$;

(ια')

(ιβ')

(ιγ')

13. Έστω $A = \{2,3,4,5\}$, $B = \{5,10,15,20\}$,
και ο τύπος $\phi(x,y) : \text{το } x \in A \text{ διαιρεί το } y \in B$.

14. Να γράψετε το μαθηματικό ορισμό της σχέσης R επί του A , (R_A) .

15. Έστω η σχέση “προηγούμενος”:

$$R_{n-1} = \{(n,m) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N} | m = n - 1\}.$$

16. Να γράψετε το μαθηματικό ορισμό της ταυτοτικής σχέσης I επί του A , (I_A) .

17. Ποιά είναι η ταυτοτική σχέση I επί του \mathbb{Z} , $(I_{\mathbb{Z}})$;

18. Να γράψετε το μαθηματικό ορισμό του πεδίου ορισμού ($dom(R)$) μιας σχέσης R .

19. Να γράψετε το μαθηματικό ορισμό του συνόλου τιμών ($ran(R)$) μιας σχέσης R .

20. Έστω η σχέση $R_4 = \{(0, 0), (\frac{\pi}{2}, 1), (\pi, 0), (\frac{3\pi}{2}, -1), (2\pi, 0)\}$.

(α')

$dom(R_4) =$

(β')

$ran(R_4) =$