

Διακριτά Μαθηματικά  
Θεωρία Αριθμών  
Εργασία 5η

1. Να βρείτε την κανονική μορφή των αριθμών:

(i) 25

(iii) 45

(v) 150

(vii) 695

(ii) 34

(iv) 69

(vi) 260

(viii) 12, 903

2. Να βρείτε τα:

(i)  $\mu\chi\delta(69, 12903)$  και  $\epsilon\kappa\pi(69, 12903)$

(ii)  $\mu\chi\delta(45, 695)$  και  $\epsilon\kappa\pi(45, 695)$

(iii)  $\mu\chi\delta(25, 150)$  και  $\epsilon\kappa\pi(25, 150)$

(iv)  $\mu\chi\delta(34, 260)$  και  $\epsilon\kappa\pi(34, 260)$

3. Έστω  $a, b \in \mathbb{N}^*$ . Αν  $a|b$ , να αποδείξετε ότι  $\mu\chi\delta(a, b) = a$  και  $\epsilon\kappa\pi(a, b) = b$ .

4. Έστω  $n \in \mathbb{N}^*$ . Να αποδείξετε ότι  $\mu\chi\delta(4, 4n + 2) = 2$  και  $\epsilon\kappa\pi(4, 4n + 2) = 8n + 4$ .

5. Έστω  $a \in \mathbb{N}^*$ . Να αποδείξετε ότι  $\epsilon\kappa\pi(2a + 3, 4a + 5) = 8a^2 + 22a + 15$ .

6. Έστω  $a, b \in \mathbb{N}^*$ . Να αποδείξετε ότι ο  $\mu\chi\delta(a, b)$  και το  $\epsilon\kappa\pi(a, b)$  είναι μοναδικά.

7. Έστω  $\kappa, \lambda, \mu \in \mathbb{N}$  με  $\kappa, \lambda, \mu > 1$ . Αν  $\kappa|\lambda$  και  $\epsilon\kappa\pi(\lambda, \mu) = \lambda \cdot \mu$ , τότε  $\kappa \nmid \mu$ .

8. Έστω  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{N}$ . Αν  $\mu\chi\delta(\alpha, \beta \cdot \gamma) = 1$ , να αποδείξετε ότι  $\epsilon\kappa\pi(\alpha, \beta) = \alpha \cdot \beta$  και  $\epsilon\kappa\pi(\alpha, \gamma) = \alpha \cdot \gamma$ .

9. Έστω  $a, b \in \mathbb{N}$  με  $a, b \neq 0$ . Να αποδείξετε ότι:

$$\mu\chi\delta(a, b) = \epsilon\kappa\pi(a, b) \iff a = b$$