Διακριτά Μαθηματικά

Θεωρία Αριθμών

Εργασία 4η

1. Να γράψετε όλους τους πρώτους αριθμούς μέχρι το 60.

2. Να βρείτε την κανονική μορφή των αριθμών:
   $196, 900, 1980, 2023, 2310, 9295$ και 1212750

3. Έστω $a, b \in \mathbb{Z}$ με $b \neq 0$ και $a = bq + r$ η ευκλείδια διαίρεση του a με το b.
   Να αποδείξετε ότι μκδ$(a, b) =$ μκδ(b, r).

4. Έστω $a, b, r \in \mathbb{Z}^*$. Να αποδείξετε ότι:
   (i) μκδ$(a, b) =$ μκδ$(a + br, b)$
   (ii) μκδ$(a, b) =$ μκδ$(a, b - ar)$

5. Έστω $a \in \mathbb{Z}$. Να αποδείξετε ότι μκδ$(3a - 1, 2a + 3) = 1$ ή 11.

6. Έστω $a \in \mathbb{Z}$. Να αποδείξετε ότι μκδ$(a + 1, 2a + 1) = 1$.

7. Έστω $a \in \mathbb{Z}$. Να αποδείξετε ότι μκδ$(7a + 12, 3a + 5) = 1$.

8. Έστω $a \in \mathbb{Z}^*$. Να αποδείξετε ότι μκδ$(3a - 1, 3a + 2) = 1$

9. Έστω $a, b \in \mathbb{Z}$. Να αποδείξετε ότι:
   (i) μκδ$(5a + 17b, 2a + 7b) =$ μκδ(a, b)
   (ii) μκδ$(23a + 4b, 17a + 3b) \leq$ μκδ$(17a + 7b, 13a - 5b)$

10. Έστω $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Να αποδείξετε ότι μκδ$(a, b) =$ μκδ$\big(a + bc, a + b(c - 1)\big)$