

Γ' Τρίμηνο-Εργασία 3

Επιμεριστική Ιδιότητα: Για κάθε τριάδα αριθμών α, β, γ ισχύουν οι παρακάτω ισότητες:

$$\bullet \alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

$$\bullet (\beta + \gamma) \cdot \alpha = \beta \cdot \alpha + \gamma \cdot \alpha$$

$$\square \cdot (\triangle + \circ) = \square \cdot \triangle + \square \cdot \circ \text{ και } (\triangle + \circ) \cdot \square = \triangle \cdot \square + \circ \cdot \square$$

Έστω $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$ αριθμοί. Να αποδείξετε πως ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες.

$$1. \alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

Απόδειξη:

$$\begin{aligned} \alpha \cdot (\beta - \gamma) &= \alpha \cdot (\beta + (-\gamma)) \\ &\stackrel{(*)}{=} \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot (-\gamma) \\ &= \alpha \cdot \beta + (-\alpha \cdot \gamma) \\ &= \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma \end{aligned}$$

Από την προσεταιριστική ιδιότητα: $\square \cdot (\triangle + \circ) = \square \cdot \triangle + \square \cdot \circ$

$$(*) : \square = \alpha, \triangle = \beta, \circ = (-\gamma)$$

$$2. \alpha \cdot (-\beta - \gamma) = -\alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

$$3. \alpha \cdot (-\beta + \gamma) = -\alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

$$4. \quad (-\alpha) \cdot (\beta + \gamma) = -\alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

$$5. \quad (-\alpha) \cdot (\beta - \gamma) = -\alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

$$6. \quad (-\alpha) \cdot (-\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

$$7. \quad (-\alpha) \cdot (-\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

$$8. (\gamma - \delta) \cdot \beta = \gamma \cdot \beta - \delta \cdot \beta$$

$$9. (-\gamma - \epsilon) \cdot \alpha = -\gamma \cdot \alpha - \epsilon \cdot \alpha$$

$$10. (\gamma + \beta) \cdot (-\alpha) = -\gamma \cdot \alpha - \beta \cdot \alpha$$

$$11. \alpha \cdot (\gamma + \delta) \cdot \beta = \alpha \cdot \gamma \cdot \beta + \alpha \cdot \delta \cdot \beta$$

$$12. (\alpha \cdot (\gamma + \delta)) \cdot \beta = (\alpha \cdot \gamma) \cdot \beta + (\alpha \cdot \delta) \cdot \beta$$

13. $-(\alpha + \beta) = -\alpha - \beta$

14. $-(\alpha - \beta) = -\alpha + \beta$

15. $-(-\alpha - \beta) = \alpha + \beta$

16. $-(-\alpha + \beta) = \alpha - \beta$

$$17. \quad -(\alpha + \beta + \gamma) = -\alpha - \beta - \gamma$$

$$18. \quad -(\alpha - \beta - \gamma) = -\alpha + \beta + \gamma$$

$$19. \quad \alpha \cdot (\beta + \gamma - \delta) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma - \alpha \cdot \delta$$

$$20. \quad (\beta - \gamma + \delta) \cdot \alpha = \beta \cdot \alpha - \gamma \cdot \alpha + \delta \cdot \alpha$$

$$21. \alpha \cdot (\beta + \gamma + \delta + \epsilon) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma + \alpha \cdot \delta + \alpha \cdot \epsilon$$

$$22. (\alpha + \gamma - \delta - \epsilon) \cdot \beta = \alpha \cdot \beta + \gamma \cdot \beta - \delta \cdot \beta - \epsilon \cdot \beta$$

$$23. (\gamma + \delta - \epsilon + \alpha) \cdot \beta = \gamma \cdot \beta + \delta \cdot \beta - \epsilon \cdot \beta + \alpha \cdot \beta$$

$$24. (\alpha + \beta) \cdot (\gamma + \delta) = \alpha \cdot \gamma + \alpha \cdot \delta + \beta \cdot \gamma + \beta \cdot \delta$$

$$25. (\alpha + \beta) \cdot (\gamma - \delta) = \alpha \cdot \gamma - \alpha \cdot \delta - \beta \cdot \gamma + \beta \cdot \delta$$

$$26. (\alpha + \beta) \cdot (-\gamma - \delta) = -\alpha \cdot \gamma - \alpha \cdot \delta - \beta \cdot \gamma - \beta \cdot \delta$$

$$27. (\alpha - \beta) \cdot (\gamma + \delta) = \alpha \cdot \gamma + \alpha \cdot \delta - \beta \cdot \gamma - \beta \cdot \delta$$

$$28. (\alpha + \beta) \cdot (\gamma + \delta + \epsilon) = \alpha \cdot \gamma + \alpha \cdot \delta + \alpha \cdot \epsilon + \beta \cdot \gamma + \beta \cdot \delta + \beta \cdot \epsilon$$

$$29. (\alpha + \beta + \gamma) \cdot (\delta + \epsilon) = \alpha \cdot \delta + \alpha \cdot \epsilon + \beta \cdot \delta + \beta \cdot \epsilon + \gamma \cdot \delta + \gamma \cdot \epsilon$$

$$30. (\alpha + \beta + \gamma + \delta) \cdot (\epsilon + \zeta) = \alpha \cdot \epsilon + \alpha \cdot \zeta + \beta \cdot \epsilon + \beta \cdot \zeta + \gamma \cdot \epsilon + \gamma \cdot \zeta + \delta \cdot \epsilon + \delta \cdot \zeta$$