

Διακριτά Μαθηματικά
Μαθηματική Επαγωγή
Εργασία 3η

1. Να αποδείξετε (με επαγωγή) ότι $n^2 \geq 5n + 5$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 6$.
2. Έστω $x \in \mathbb{R}$ με $0 < x < 1$. Να αποδείξετε (με επαγωγή) ότι $(1 - x)^n \geq 1 - nx$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$
3. Να αποδείξετε (με επαγωγή) ότι $(n - 1)! > e^n + 2$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 8$
Δίνεται ότι: $7! = 5040$ και $e^8 = 2980.958$
(Hint: Παρατηρήστε ότι $n - e > 0$ και $2n - 2 > 0$ για $n \geq 8$)
4. Να αποδείξετε (με επαγωγή) ότι $4^n > (n + 1)^2$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$
5. Να αποδείξετε (με επαγωγή) ότι $\left(1 + \frac{1}{3}\right)^n > 1 + \frac{n}{3}$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$
6. Να αποδείξετε (με επαγωγή) ότι $n! > n2^n$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 6$
7. Να γράψετε με συμβολισμό Σ το άθροισμα και να αποδείξετε ότι $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} > \frac{2n}{n+1}$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$