

# Διακριτά Μαθηματικά

## Μαθηματική Λογική

### Εργασία 1η

1. Να γράψετε τα αξιώματα του Προτασιακού Λογισμού (A1, A2 και A3).
2. Να φτιάξετε 2 παραδείγματα για κάθε ένα από τα αξιώματα του Προτασιακού Λογισμού.
3. Να ταυτοποιήσετε [identify] σε ποιο αξίωμα είναι βασισμένες οι παρακάτω προτάσεις και να ταυτοποιήσετε τα μέρη [components] όπως στο παράδειγμα:

π.χ.  $((\varphi \implies \varphi) \implies (\varphi \implies \varphi)) \implies (((\varphi \implies \varphi) \implies \varphi) \implies ((\varphi \implies \varphi) \implies \varphi))$

A2

$p : \varphi \implies \varphi$

$q : \varphi$

$r : \varphi$

- (i)  $((\neg\neg\varphi) \implies (\neg\psi)) \implies (((\neg\neg\varphi) \implies \psi) \implies (\neg\varphi))$
- (ii)  $((\neg\varphi) \implies (\neg\psi)) \implies ((\neg\varphi) \implies ((\neg\varphi) \implies (\neg\psi)))$
- (iii)  $(\varphi \implies (\chi \implies \psi)) \implies ((\varphi \implies \chi) \implies (\varphi \implies (\chi \implies \psi)))$
- (iv)  $((\varphi \implies \varphi) \implies ((\varphi \implies \varphi) \implies (\varphi \implies \varphi))) \implies (((\varphi \implies \varphi) \implies (\varphi \implies \varphi)) \implies ((\varphi \implies \varphi) \implies (\varphi \implies \varphi)))$

4. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε οι επόμενες προτάσεις να είναι παραδείγματα αξιωμάτων όπως στο παράδειγμα:

(A1)  $(\varphi \implies \psi) \implies (\chi \implies \underline{\varphi \implies \psi})$

- (i) (A1)  $(\chi \implies \psi) \implies (\chi \implies \underline{\hspace{2cm}})$
- (ii) (A2)  $((\varphi \implies \chi) \implies (\psi \implies \varphi)) \implies \underline{\hspace{2cm}}$
- (iii) (A3)  $((\neg(\neg(\neg\chi))) \implies (\neg(\psi \implies \chi))) \implies \underline{\hspace{2cm}}$
- (iv) (A2)  $((\neg\varphi) \implies ((\neg(\neg\psi)) \implies \underline{\hspace{2cm}})) \implies ((\underline{\hspace{2cm}} \implies \underline{\hspace{2cm}}) \implies ((\neg\varphi) \implies \underline{\hspace{2cm}} \implies \psi))$
- (v) (A3)  $\underline{\hspace{2cm}} \implies (\neg\psi) \implies (\varphi \implies \psi)$

5. Να κατασκευάσετε τον πίνακα αλήθειας για τα αξιώματα του Προτασιακού Λογισμού (A1, A2, και A3) και να αποδείξετε ότι είναι ταυτολογίες.