

Διακριτά Μαθηματικά  
Μαθηματική Λογική  
Εργασία 3η

1. Να αποδείξετε το Θεώρημα Ανακλαστικότητας:

$$\vdash p \implies p$$

- (i) χωρίς τη χρήση του Μεταθεωρήματος Απαγωγής
- (ii) χρησιμοποιώντας το Μεταθεώρημα Απαγωγής

2. Να αποδείξετε τα ακόλουθα:

(i) Θεώρημα Μεταβατικότητας (της συνεπαγωγής):

$$\alpha \implies \beta, \beta \implies \gamma \vdash \alpha \implies \gamma$$

(ii) Θεώρημα Απαλοιφής Μεσαίας Υπόθεσης:

$$\sigma \implies (\tau \implies \omega), \tau \vdash \sigma \implies \omega$$

(iii) Θεώρημα Ανταλλαγής Υποθέσεων:

$$x \implies (y \implies z) \vdash y \implies (x \implies z)$$

(iv) Θεώρημα Διπλής Άρνησης (ευθύ):

$$\vdash (\neg\neg\theta) \implies \theta$$

(v) Θεώρημα Διπλής Άρνησης (αντίστροφο):

$$\vdash w \implies (\neg\neg w)$$

3. Να αποδείξετε ότι:

$$(i) \vdash (f \implies g) \implies ((f \implies (g \implies h)) \implies (f \implies h))$$

$$(ii) \vdash (p \implies q) \implies ((q \implies r) \implies (p \implies r))$$